CORINT

Conform noilor modele stabilite de MEN

BAC 2019

MATEMATICĂ M1

Coordonator: Radu Gologan
Mihaela Berindeanu
Nicoleta Agenna Ionescu Mazilu
Ovidiu Șontea
Gabriel Vrînceanu

Cuprins

EXAMENUL DE BACALAUREAT

Teste de simulare BAC pentru clasa a XI-a

Teste de simulare BAC pentru clasa a XII-a

Egalitatea nu există
decât în matematică.

Mihai Eminescu

Teste de SIMULARE BAC pentru clasa a XI-a

Se acordă 10 puncte din oficiu

Test 1

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Calculați partea reală a numărului complex $\frac{3+i}{3-i}$.

5p **2.** Soluțiile ecuației $x^2-(2m+1)x+3m+5=0$ sunt x_1 și x_2, iar m este un număr real. Arătați că $3(x_1+x_2)-2x_1x_2+7=0$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2 4x+\log_2 x=4$.

5p **4.** Determinați câte numere pare de 3 cifre se pot forma folosind elementele mulțimii $A=\{1,2,3,4,5\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră vectorii $\overrightarrow{AB}=2\vec{i}+5\vec{j}$ și $\overrightarrow{AC}=(m+2)\vec{i}+(4m-1)\vec{j}$, unde m este un număr real. Determinați numărul real m astfel încât $\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AB}$.

5p **6.** Știind că $\operatorname{tg} a=\frac{2}{3}$, arătați că $\frac{3\sin a+\cos a}{3\sin a-\cos a}=3$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră determinantul $D(x,y)=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ x & y & 3\\ x^3 & y^3 & 27\end{vmatrix}$, unde x, y sunt numere reale.

5p a) Arătați că $D(0,1)=24$.

5p b) Arătați că $D(x,y)=(y-x)(3-x)(3-y)(x+y+3)$, $\forall\, x,y\in\mathbb{R}$.

5p c) Demonstrați că numărul $D(x,y)$ este divizibil cu 6 pentru orice numere întregi x,y.

2. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}x+1 & 0 & x\\ 0 & 1 & 0\\ x & 0 & x+1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p a) Calculați $A(2)-A(1)$.

5p b) Arătați că $A(a)A(b)=A(a+b+2ab)$, pentru orice numere reale a, b.

5p c) Determinați numerele naturale pentru care $A(a)A(a+5)=A(18a+1)$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2x+1}{x+3}$ și, respectiv, șirul de numere reale $(x_n)_{n\geq 1}$, având termenul general $x_n=f(n)$.

5p a) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p b) Demonstrați că șirul $(x_n)_{n\geq 1}$ este crescător.

5p c) Calculați $\lim\limits_{n\to+\infty}(n^2+1)\ln\dfrac{x_n}{x_{n+1}}$.

2. Se consideră funcția:

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\begin{cases}2x+a, & \text{pentru } x\leq 2\\ x^2+(a^2-a)x, & \text{pentru } x>2\end{cases}$$, unde a este un număr real.

5p a) Determinați numerele reale a pentru care funcția f este continuă în $x=2$.

5p b) Calculați $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{f(x)}}{x}$.

5p c) Pentru $a=2$, arătați că ecuația $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ are cel puțin o soluție în intervalul $(-1,0)$.

Test 2

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Calculați $\left|6\log_3\sqrt[3]{243}-\sqrt[4]{16}\right|$.

5p **2.** Fie funcțiile $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-7x+3$, $g(x)=-2x-3$. Aflați punctele de intersecție ale graficelor celor două funcții.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(5^x-5)\left(2^x-\frac{1}{2}\right)=0$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să conțină cel puțin un număr impar.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,3)$, $B(6,-3)$, $C(-2,5)$. Determinați ecuația medianei triunghiului ABC dusă din A.

5p **6.** Arătați că $\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=0$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Fie permutarea $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \in S_4$

5p a) Calculați σ^{-1} (permutarea inversă permutării σ).

5p b) Arătați că permutarea σ este impară.

5p c) Dacă $\omega = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, rezolvați în S_4 ecuația $\sigma x = \omega$.

2. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și mulțimea $M = \left\{ X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid AX = XA \right\}$.

5p a) Arătați că $A, I_2 \in M$.

5p b) Arătați că, dacă $X \in M$, atunci există numerele reale a și b astfel încât
$X = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}$.

5p c) Arătați că, dacă $X, Y \in M$, atunci $XY \in M$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x^3 + x - 2}{x^2 + 3}$.

5p a) Calculați $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

5p b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p c) Arătați că $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{f(x)}{x - 1} = 1$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 2^x + 3x + m, & \text{pentru } x \le 0 \\ \dfrac{\sin 4x}{2x}, & \text{pentru } x > 0 \end{cases}$,

unde $m \in \mathbb{R}$.

5p a) Arătați că $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f(x) = 2$.

5p b) Determinați numărul real m pentru care funcția f este continuă în $x = 0$.

5p c) Pentru $m = 1$ arătați că ecuația $f(x) = 0$ admite o rădăcină negativă, care nu aparține mulțimii numerelor întregi.

EXAMENUL DE BACALAUREAT

Teste BAC de tip A
(teste de inițiere)

Teste BAC de tip B
(teste de aprofundare)

Teste BAC de tip C
(teste pentru nota 10)

Lumea este condusă de numere

PITAGORA

Teste BAC de tip A
(teste de inițiere)

Se acordă 10 puncte din oficiu

TEST 1

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Calculați $\left[\frac{2}{3\sqrt{2}-4}\right]$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+2$. Calculați valoarea sumei $S=f(1)+f(2)+\ldots+f(20)$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2 x+2\log_4 x+3\log_8 x=12$.

5p **4.** Determinați numărul funcțiilor $f:\{0,1,2,3\}\to\{2,3,4,5,6\}$ cu proprietatea că $f(0)$ este număr par.

5p **5.** Fie dreptunghiul $ABCD$ cu $AB=5$, $AC=13$. Calculați $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AC}$.

5p **6.** Calculați valoarea sumei $\cos 105^\circ+\sin 15^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuații liniare $\begin{cases} x+2y-3z=3 \\ 2x-ay+z=1 \\ 3x+y-2z=b \end{cases}$, unde $a,b\in\mathbb{R}$.

5p a) Determinați $a,b\in\mathbb{R}$ astfel încât sistemul să admită soluția $x_0=2$, $y_0=2$, $z_0=1$.

5p b) Determinați $a\in\mathbb{R}$ astfel încât sistemul să fie compatibil determinat.

5p c) Determinați $a,b\in\mathbb{R}$ astfel încât sistemul să fie compatibil nedeterminat.

2. Se consideră polinomul $f=X^4-4X^3+12X^2-16X+15\in\mathbb{R}[X]$.

5p a) Calculați restul și câtul împărțirii polinomului la X^2-2X+3.

5p b) Arătați că polinomul nu are nicio rădăcină reală.

5p c) Calculați suma modulelor rădăcinilor polinomului.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:(1,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{e^x}{x-1}$.

5p a) Verificați dacă $f'(x)=\frac{e^x(x-2)}{(x-1)^2}$, pentru orice $x>1$.

5p b) Calculați $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} f(x)$.

5p c) Arătați că $e^{x^2-2}\geq x^2-1$, pentru orice $x\in(1,+\infty)$.

2. Pentru fiecare număr natural n, se consideră numărul $I_n=\int_3^4\frac{x^n}{x^2+16}\,dx$.

5p a) Arătați că $I_1=\ln\frac{4\sqrt{2}}{5}$.

5p b) Determinați I_2.

5p c) Demonstrați că $I_{n+2}+16I_n=\frac{4^{n+1}-3^{n+1}}{n+1}$, pentru orice $n\in\mathbb{N}$.

TEST 2

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Fie progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ cu rația $r=3$ și $a_5+a_9=38$. Aflați termenul a_1.

5p **2.** Arătați că funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+x+2\sin x$ este impară.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+3}+\sqrt{x}=3$.

5p **4.** Determinați numărul funcțiilor $f:\{2,3,4,5\}\to\{3,4,5,6\}$ cu proprietatea $f(2)+f(3)=7$.

5p **5.** În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $M(3,5)$, $A(2,7)$ și $B(5,3)$. Calculați lungimea vectorului $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}$.

5p **6.** Arătați că $\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\sin^2 x-\frac{1}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}3x-1 & 0 & x\\ 0 & \frac{1}{3} & 0\\ x & 0 & 3x-1\end{pmatrix}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p a) Demonstrați că $\det(A(1)) = 1$.

5p b) Demonstrați că $A(x) + A(1 - x) = 2A\left(\frac{1}{2}\right)$.

5p c) Determinați numărul real x astfel încât matricea $A(x)$ să fie inversabilă.

2. Fie $a \in \mathbb{R}$ și polinomul $f = X^3 - 3X^2 + 3X + a$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3.

5p a) Pentru $a = 4$, arătați că restul împărțirii polinomului f la $X - 2$ este 6.

5p b) Calculați $(x_1 - x_2)^2 + (x_1 - x_3)^2 + (x_2 - x_3)^2$.

5p c) Determinați numărul real a astfel încât toate rădăcinile polinomului f să fie numere reale.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:[0, \infty) \to \mathbb{R}, f(x) = x - \sqrt{x^2 + 2x}$.

5p a) Arătați că $f'(x) = \dfrac{\sqrt{x^2 + 2x} - x - 1}{\sqrt{x^2 + 2x}}, \forall x \in (0, \infty)$.

5p b) Calculați $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.

5p c) Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f.

2. Se consideră funcțiile $F, f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}, F(x) = (x + 5)e^x$ și $f(x) = (x + 6)e^x$.

5p a) Verificați dacă F este o primitivă a funcției f.

5p b) Calculați $\int_0^1 \dfrac{F(x) - f(x)}{e^x + 2}\, dx$.

5p c) Calculați $\int_1^e [f(\ln x) - 6x]\, dx$.

TEST 3

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Calculați suma $S = 3 + 8 + 13 + \ldots + 248$.

5p **2.** Se consideră ecuația $x^2 - (2m + 1)x + 3m + 2 = 0$, cu rădăcinile x_1, x_2. Determinați numărul real m astfel încât $5(x_1 + x_2) = 3x_1x_2$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $\log_2[\log_3(x + 2)] < 1$.

Teste BAC de tip B
(teste de aprofundare)

Se acordă 10 puncte din oficiu

TEST 1

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Dacă $z \in \mathbb{C}$ și $4z + 3\bar{z} = 28 + 3i$, calculați $|z|$.

5p **2.** Determinați coordonatele punctelor de intersecție dintre dreapta $y = 3x + 2$ și parabola $y = x^2 + 7x + 5$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x+3} + 2^{3-x} = 20$.

5p **4.** Determinați probabilitatea ca, alegând aleatoriu un număr din mulțimea $A = \{1, 2, 3, \ldots, 1000\}$, acesta să fie multiplu de 2 sau de 3.

5p **5.** Dacă ecuațiile dreptelor d_1 și d_2 sunt $mx + 4y - 5 = 0$, respectiv $x - 8y + 13 = 0$, determinați $m \in \mathbb{R}$ astfel încât dreptele să fie paralele.

5p **6.** Știind că $\operatorname{ctg} a = 4$ și $\operatorname{ctg} b = 5$, calculați $\operatorname{tg}(a + b)$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuații liniare cu coeficienți reali:

$$\begin{cases} x - y + mz = m + 2 \\ mx + y - mz = m + 3 \\ 2x + my + z = 5 \end{cases}.$$

5p a) Calculați determinantul matricei A a sistemului.

5p b) Arătați că, $\forall m \in \mathbb{R}$, rang $A \geq 2$.

5p c) Determinați $m \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul este incompatibil.

2. Se consideră polinomul $f = X^3 - mX + 2$, $m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile x_1, x_2 și x_3.

5p a) Determinați valoarea lui m astfel încât f să se dividă cu $X - 1$.

5p b) Determinați valoarea lui m astfel încât produsul a două dintre rădăcinile polinomului să fie 2.

5p c) Arătați că $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + 3x_1x_2x_3 + 12 = 0$ pentru orice valoare a parametrului real m.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:(-\infty, -2] \cup (3, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+2}{x-3}}$.

5p a) Calculați $f'(x)$.

5p b) Calculați ecuația tangentei la graficul funcției în punctul de abscisă $x = 7$ situat pe graficul funcției f.

5p c) Calculați $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)^{4x+200}$.

2. Fie șirul $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $I_n = \int_1^e (x+1)\ln^n x\, dx$, $\forall\, n \in \mathbb{N}$.

5p a) Arătați că $I_1 = \dfrac{e^2+5}{4}$.

5p b) Arătați că șirul $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ este monoton.

5p c) Arătați că șirul $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ este mărginit.

TEST 2

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Ordonați crescător numerele $\sqrt{2}$, $\log_5 4$, $\sqrt[4]{3}$.

5p **2.** Determinați $m \in \mathbb{R}$ astfel încât parabola asociată funcției $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - (2m+1)x + 9$ să fie tangentă la axa Ox.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg(x+2) + \lg(5-2x) = 1$.

5p **4.** Se consideră mulțimea $A = \{1,2,3,4,5\}$. Aflați care este probabilitatea ca, alegând o pereche (a,b) din mulțimea $A \times A$, să fie adevărată relația $a + b \leq 4$.

5p **5.** În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(4,2)$, $B(-1,3)$ și $C(2,-1)$. Calculați lungimea înălțimii din A a ΔABC.

5p **6.** Calculați lungimea razei cercului circumscris ΔABC, știind că $AB = 13$, $AC = 14$, $BC = 15$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} x & x+2 & x+4 \\ y & y+2 & y+4 \\ 1 & 1 & x \end{pmatrix}$, cu $x, y \in \mathbb{R}$.

5p a) Arătați că rang $A \geq 2, \forall\, x,\ y \in \mathbb{R}$.

5p b) Arătați că $\det A = 2(x-y)(x-1)$.

5p c) Calculați inversa matricei A pentru $x=-2,\ y=2$.

2. Se consideră polinomul $f = X^3 - mX^2 + 4,\ f \in \mathbb{R}[X]$, având rădăcinile x_1, x_2, x_3.

5p a) Determinați m, știind că $(X-1) \mid f$.

5p b) Calculați $(2-x_1)(2-x_2)(2-x_3)$, în funcție de parametrul real m.

5p c) Aflați valorile lui m pentru care f are o rădăcină dublă.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}-\{-2\} \to \mathbb{R},\ f(x) = \dfrac{x^2-x+1}{x+2}$.

5p a) Determinați ecuația asimptotei la graficul funcției f la $-\infty$.

5p b) Arătați că $f'(x) = \dfrac{x^2+4x-3}{(x+2)^2},\ x \in \mathbb{R}-\{-2\}$.

5p c) Arătați că funcția este convexă pe intervalul $(-2,\ +\infty)$.

2. Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n = \int_n^{n+1} \dfrac{3x+1}{x}\,dx$, $n \in \mathbb{N}^*$.

5p a) Arătați că $I_n = 3 + \ln\dfrac{n+1}{n}$.

5p b) Studiați monotonia șirului $(I_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$.

5p c) Calculați $\lim\limits_{n\to\infty}(n+2)(I_n-3)$.

TEST 3

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Fie progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$. Știind că $a_5 + a_{11} = 20$, calculați termenul a_8.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f, g:\mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x^2 - 4,\ g(x) = 3x+5$. Rezolvați ecuația $(f \circ g)(x) = 0$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{x-5} + 5 = x$.

5p **4.** Se consideră mulțimile $A = \{1,2,3\}$ și $B = \{1,2,3,4,5,6,7\}$. Determinați numărul funcțiilor strict crescătoare $f:A \to B$.

5p **5.** Fie punctele $A(1,1),\ B(3,2),\ C(2,3)$. Determinați cosinusul unghiului format de vectorii $\overrightarrow{AB}$ și $\overrightarrow{AC}$.

Teste BAC de tip C
(teste pentru nota 10)

Se acordă 10 puncte din oficiu

TEST 1

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Determinați numerele reale a și b, știind că $\frac{5-3i}{1+i} = a + bi$.

5p **2.** Determinați coordonatele punctelor de intersecție ale graficului funcției $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2^{x+3} - 16$ cu axele de coordonate.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg^2 x^3 - 10\lg x + 1 = 0$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, extrăgând aleatoriu un număr din mulțimea numerelor naturale de 3 cifre, acesta să aibă toate cifrele pare.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3), B(4,7), C(-2,5)$. Determinați ecuația dreptei paralele cu BC, dusă prin mijlocul segmentului AC.

5p **6.** Determinați $x \in (0,\pi)$ pentru care $\cos^2 x + 2\sin x = \frac{7}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -a \\ 1 & -a & 1 \\ -a & 1 & 1 \end{pmatrix}$ cu, $a \in \mathbb{R}$.

5p a) Arătați că $\det(A(a)) = (a-2)(a+1)^2$.

5p b) Determinați elementele matricei $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, știind că $A(1) \cdot X = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$.

5p c) Determinați numerele întregi a și b pentru care suma elementelor matricei $A(a) \cdot A(b)$ este 3.

2. Fie $m, n \in \mathbb{R}$ și polinomul $f = X^3 - 5X^2 + mX + n$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3.

5p a) Determinați m și n astfel încât $x_1 = 1 + i$.

5p b) Determinați m și n astfel încât polinomul f să fie divizibil cu $(X-1)^2$.

5p c) Pentru $m = 12$ și $n \in \mathbb{R}$, arătați că polinomul admite cel mult o rădăcină întreagă.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+2}}$.

5p a) Arătați că $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)-\sqrt{3}}{x-1} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

5p b) Determinați imaginea funcției.

5p c) Calculați $\lim\limits_{n\to\infty} n^2(f(n+1)-f(n))$.

2. Se consideră funcția $f:[0,+\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2+5x+6}$.

5p a) Arătați că orice primitivă a funcției f este concavă pe intervalul $[0,\infty)$.

5p b) Calculați $\int_0^1 f(x)\,dx$.

5p c) Calculați $\lim\limits_{n\to\infty}(2n+1)^2\int_n^{n+1} f(x)\,dx$.

TEST 2

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătați că $1+i$ este o soluție a ecuației $x^2-2x+2=0$.

5p **2.** Determinați numărul real a astfel încât funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(a^2-9)x+2019$ să fie constantă.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $\left(\frac{5}{2}\right)^{3x-1} < \left(\frac{2}{5}\right)^{-5x+7}$.

5p **4.** Determinați numărul termenilor raționali din dezvoltarea $\left(1+\sqrt[3]{2}\right)^{100}$.

5p **5.** În sistemul de coordonate xOy se consideră punctele $A(2,3)$, $B(4,5)$, $C(3,11)$ și $D(\alpha,\beta)$. Determinați coordonatele punctului D astfel încât patrulaterul $ABCD$ să fie un paralelogram.

5p **6.** Fie ΔABC cu $AB=2$, $AC=4$, $BC=2\sqrt{6}$. Calculați $\sin A$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră determinantul $D(a,b)=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & 1 \\ a^3 & b^3 & 1 \end{vmatrix}$, cu a,b numere reale.

5p a) Arătați că $D(3,4) = 48$.

5p b) Arătați că $D(a,b) = (a-1)(b-1)(b-a)(a+b+1)$.

5p c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $D(\log_2 x, 3) = 0$.

2. Se consideră polinomul $f = X^3 + aX^2 + bX + c$, cu $a, b, c \in \mathbb{Q}$ și rădăcinile x_1, x_2, x_3.

5p a) Aflați a, b, c astfel încât $x_1 = x_2 = 2$ și $x_3 = -1$.

5p b) Arătați că, dacă polinomul admite rădăcina $2+\sqrt{3}$, atunci polinomul f admite o rădăcină rațională.

5p c) Arătați că, dacă $a, b, c \in \mathbb{Z}$, $f(1) = 2017$ și $f(2) = 2019$, atunci f nu are rădăcini întregi.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^{3x} - 2x + 1$.

5p a) Determinați ecuația asimptotei oblice la graficul funcției f la $-\infty$.

5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul cu abscisa $x_0 = 0$, situat pe graficul funcției f.

5p c) Calculați $\lim\limits_{n\to\infty}\left[f(-1) + f(-2) + \ldots + f(-n) - n^2 - 2n\right]$.

2. Fie funcția $f:(-3,3) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{9-x^2}}$.

5p a) Arătați că $\int_0^1 x \cdot f(x)\, dx = 3 - 2\sqrt{2}$.

5p b) Calculați $\int_0^1 f(x) \cdot \arcsin\frac{x}{3}\, dx$.

5p c) Calculați $\int_0^1 e^x\left[f(x) + f'(x)\right] dx$.

TEST 3

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Determinaţi modulul numărului complex $z = (1-i)^6 \cdot (1+i)^4$.

5p **2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 6x + 9$. Determinaţi $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $f(a-x) = f(a+x)$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{2x} + 2 = 3^{x+1}$.